МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Чувашский государственный педагогический
университет им. И.Я. Яковлева»

УТВЕРЖДЕНО
решением ученого совета
ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
27.09.2019 г. (протокол № 2)

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Направление подготовки
44.04.01 Педагогическое образование

Магистерская программа
«Математическое образование»

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Чебоксары 2019

Пояснительная записка

Магистерская программа предназначается для студентов, освоивших образовательную программу бакалавриата, а также лиц, имеющих высшее профессиональное образование. Программа вступительного экзамена разработана в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование» (уровень магистратуры).

Присваиваемая квалификация: магистр.

Цели и задачи вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится с целью определения соответствия знаний, умений и навыков требованиям обучения в магистратуре по направлению подготовки 44.04.01 «Педагогическое образование» (уровень магистратуры).

В основу программы вступительных испытаний положены квалификационные требования, предъявляемые к бакалаврам по направлению подготовки «Педагогическое образование».

В ходе вступительных испытаний поступающий должен показать:

- знание теоретических основ дисциплин бакалавриата по соответствующему направлению;
- владение специальной профессиональной терминологией и лексикой;
- владение культурой мышления;
- умение ставить цель и формулировать задачи, связанные с реализацией профессиональных функций.

Содержание экзамена сформировано на дидактической базе дисциплин вариативной части, включенных в направление подготовки «Педагогическое образование». В список дисциплин вошли следующие: «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия», «Теория чисел», «Числовые системы», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексной переменной», «Теория вероятностей и математическая статистика».

Форма вступительного испытания – междисциплинарный экзамен. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов.

Организация вступительного испытания

Для проведения вступительного испытания формируется экзаменационная комиссия, ее состав доводится до сведения поступающих. Составляется расписание, в котором отражены сроки проведения экзамена и консультаций.

Перед началом экзамена, поступающий в индивидуальном порядке выбирает билет, сообщают его номер экзаменационной комиссии.

Для подготовки к устному ответу поступающий получает экзаменационный лист, на котором должен изложить ответы на вопросы экзаменационного билета и заверить экзаменационный лист своей подписью. Подготовка к устному ответу каждого поступающего не должна превышать 60 минут. На устный ответ каждого поступающего отводится по 15 минут.

Ответы оцениваются предметной комиссией раздельно, по 100-балльной шкале, в соответствии с указанными ниже критериями оценивания. Итоговая оценка за вступительный экзамен определяется на основании выведения среднего арифметического бала. Из набранных абитуриентом по каждому из двух вопросов. По завершении ответов всех поступающих, на основании коллегиального решения экзаменационная комиссия выставляет оценку и оглашает её.

Неудовлетворительная оценка по вопросу (ниже 40 баллов) автоматически ведет к неудовлетворительной оценке за экзамен в целом.

Требования к ответу на экзаменационный вопрос

- Ответ должен быть теоретически обоснованным, логически аргументированным.
- В ответе должны быть использованы знания из дисциплин вариативной части, включенных в направление подготовки «Педагогическое образование».

Критерии оценки

ECTS	Баллы %	Критерии выставления оценки
A	90-100	знание фактического материала с незначительными неточностями
B	82-89	хорошее знание рассматриваемого вопроса, но с некоторыми неточностями
C	75-81	В целом неплохое знание рассматриваемого вопроса, но с заметными ошибками
D	67-74	Слабое знание рассматриваемого вопроса, с весьма заметными ошибками
E	41-66	Самое общее представление о рассматриваемом вопросе, отвечающее лишь минимальным требованиям. Серьезные ошибки
F	0-40	Полное незнание рассматриваемого вопроса. Грубейшие ошибки.

Все вопросы, касающиеся несогласия абитуриентов с полученными оценками, решаются апелляционной комиссией. Заявления на апелляцию принимаются лично от абитуриента в день объявления результата.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. ***Поле комплексных чисел.*** Комплексные числа, их алгебраическая форма. Алгебраические операции над комплексными числами, их свойства. Поле комплексных чисел. Сопряженные комплексные числа. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль комплексного числа, его свойства. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Корни n– ой степени из единицы и значения комплексного числа.

2. ***Системы линейных алгебраических уравнений.*** Системы линейных алгебраических уравнений, различные формы их записи. Равносильные системы. Элементарные преобразования систем. Критерий совместности системы линейных алгебраических уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных (метод Гаусса) решения СЛАУ. Другие методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Однородные системы линейных алгебраических уравнений, существование ненулевых решений.

3. ***Векторные пространства.*** Определение векторного пространства. Примеры векторных пространств. Простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость системы векторов, их свойства. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Подпространства. Линейные многообразия. Изоморфизмы векторных пространств.

4. ***Линейные операторы.*** Линейные отображения векторных пространств. Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора. Координаты вектора $\varphi(\bar{x})$. Собственные векторы и собственные значения, их нахождение. Характеристическое уравнение. Линейные операторы с простым спектром.

5***. Делимость в кольце целых чисел.*** Отношение делимости в кольце целых чисел, его простейшие свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное, их свойства. Простые и составные числа, их свойства. Разложение чисел на простые множители (основная теорема арифметики). Бесконечность множества простых чисел.

6. ***Матрицы.*** Операции над матрицами и их свойства. Обратимые матрицы. Условия обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы. Запись и решение системы уравнений в матричной форме.

7. ***Определители.*** Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.

8. ***Группы.*** Полугруппы и моноиды. Группы. Примеры групп. Простейшие свойства групп. Подгруппы. Признак подгруппы. Циклические группы. Подгруппа циклической группы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма.

9. ***Кольца и поля.*** Кольцо. Примеры колец. Простейшие свойства кольца. Подкольцо. Признак подкольца. Идеалы кольца. Фактор – кольцо. Главные идеалы. Кольцо главных идеалов. Поле. Примеры полей. Простейшие свойства поля. Подполе. Признак подполя. Гомоморфизмы и изоморфизмы полей.

10. ***Произведения векторов в трехмерном пространстве: приложения.*** Скалярное произведение, скалярный квадрат, модуль вектора, угол между векторами. Векторное произведение, площадь треугольника. Смешанное произведение, объемы параллелепипеда, треугольной призмы и тетраэдра. Произведение векторов в координатной форме. Механический смысл скалярного и векторного произведений.

11. ***Группа движений и ее подгруппы.*** Определение движения, общие свойства движений. Движения первого и второго рода, аналитическое выражение движения. Классификация движений 1-го и 2-го рода, определения всех частных видов движений. Группа движений, схема ее подгрупп, их основные инварианты. Равенство фигур.

12. ***Группа подобий и ее подгруппы.***

Гомотетия и подобие, их свойства. Подобие как произведение гомотетии на движение. Аналитическое выражение гомотетии и подобия. Классификация подобий 1-го и 2-го рода, отличных от движений. Группа подобий, ее основные подгруппы, их инварианты. Подобие фигур (треугольников, многоугольников, эллипсов, гипербол, парабол).

13. ***Линии второго порядка. Канонические уравнения.*** Определение эллипса, гиперболы, параболы, их канонические уравнения и основные свойства. Директориальное свойство линии 2-го порядка. Девять видов кривых второго порядка.

14. ***Прямая линия на плоскости. Основные задачи на прямую.*** Различные способы задания прямой на плоскости, угловой коэффициент прямой. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до прямой, угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Задание полуплоскости.

15. ***Плоскость. Основные задачи на плоскость.*** Способы задания плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости, угол между двумя плоскостями, расстояние между параллельными плоскостями.

16. ***Прямая в пространстве. Основные задачи.*** Способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых в пространстве, взаимное расположение прямой и плоскости. Углы между двумя прямыми, прямой и плоскостью. Расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми.

17. ***Система аксиом евклидовой геометрии. Непротиворечивость системы аксиом.*** Система аксиом Вейля евклидова точечного пространства. Определение простейших фигур на базе системы аксиом Вейля. Понятие непротиворечивости системы аксиом. Аналитическая модель системы аксиом Вейля. Аксиоматика школьного курса геометрии, ее непротиворечивость.

18. ***Поверхности второго порядка. Канонические уравнения.*** Определение эллипсоида, гиперболоидов, параболоидов, цилиндров и конусов, их канонические уравнения и основные свойства. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.

19. ***Элементы геометрии Лобачевского.*** Система аксиом геометрии Лобачевского и простейшие следствия из нее. Параллельные и расходящиеся прямые, угол параллельности (функция Лобачевского). Модель Кэли-Клейна (непротиворечивость системы аксиом Лобачевского, независимость аксиомы параллельности евклидовой геометрии от аксиом абсолютной геометрии).

20. ***Поверхности в евклидовом пространстве.*** Понятие поверхности, гладкие поверхности, способы задания. Первая квадратичная форма поверхности и ее приложения. Понятие о внутренней геометрии поверхности.

21. ***Задачи школьного курса геометрии на расширенной плоскости.*** Теорема Дезарга на проективной плоскости, ее приложение к решению элементарно-геометрических задач. Полный четырехвершинник, его гармонические свойства и их приложение к решению задач школьного типа.

22. ***Функция. Предел функции в точке.*** Понятие отображения множеств функции. Область определения, множество значений функции, ее график. Предел функции в точке. Различные определения предела функции в точке и их эквивалентность. Некоторые свойства предела функции (единственность предела, ограниченность функции, имеющей конечный предел, предельный переход в неравенствах, предел суммы, произведения, частного функций). Первый замечательный предел.

23. ***Непрерывность функции.*** Различные формулировки определения непрерывности функции в точке. Непрерывность суммы, произведения и частного функций. Непрерывность сложной функции. Непрерывность обратной функции. Классификация точек разрыва. Точки разрыва монотонной функции.

24. ***Основные свойства непрерывных числовых функций на отрезке.*** Ограниченность непрерывной функции на отрезке. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке. Теорема о промежуточных значениях. Непрерывность и равномерная непрерывность функции на множестве. Равномерная непрерывность непрерывной функции на отрезке.

25. ***Предел числовой последовательности.*** Понятие предела числовой последовательности. Существование верхней грани ограниченного сверху множества. Теорема о пределе монотонной последовательности. Второй замечательный предел. Необходимый и достаточный признак сходимости последовательности. Теорема Больцана-Вейерштрасса.

26. ***Степенная функция.*** Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства. Существование корня с натуральным показателем. Определение и свойства степени с рациональным показателем. Степенная функция с рациональным показателем и ее свойства. Определение и существование степени с иррациональным показателем. Степенная функция с действительным показателем, ее свойства. Степень в комплексной области.

27. ***Показательная функция.*** Определение показательной функции на вещественной прямой. Основные свойства показательной функции (непрерывность, монотонность, множество значений, дифференцируемость). Разложение в степенной ряд. Показательная функция комплексной переменной и ее основные свойства (непрерывность, периодичность, дифференцируемость), теорема сложения. Теоремы Эйлера.

28. ***Логарифмическая функция.*** Определение логарифмической функции. Область определения, множество значений. Основные свойства логарифмической функции (непрерывность, монотонность, дифференцируемость). Разложение логарифмической функции в степенной ряд. Логарифмическая функция комплексной переменной и ее основные свойства (многозначность, дифференцируемость ветвей логарифмической функции).

29. ***Дифференцируемость функции одной переменной.*** Дифференцируемость и производная. Геометрический и механический смысл производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная суммы, произведения, частного. Производная обратной функции. Производная сложной функции.

30. ***Теорема Лагранжа и ее применения к исследованию функции.*** Теорема Лагранжа. Монотонные и строго монотонные функции. Условия постоянства, монотонности, строго монотонной функции.

31. ***Первообразная и неопределенный интеграл.*** Определение первообразной. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Интегрирование подстановкой. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей и некоторых иррациональных функций.

32. ***Определенный интеграл.*** Определение определенного интеграла. Условия существования интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

33. ***Формула и ряд Тейлора.*** Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора. Ряд Тейлора. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.

34. ***Числовые ряды.*** Понятие числового ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Остаток сходящегося ряда. Необходимый и достаточный признак сходимости числового ряда (Критерий Коши). Необходимое условие сходимости. Необходимое и достаточное условие сходимости положительного ряда. Основные признаки сходимости положительного ряда (признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак). Абсолютная и условная сходимость ряда. Примеры.

35. ***Функциональные последовательности и ряды.*** Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Область сходимости. Равномерная сходимость. Необходимый и достаточный признак равномерной сходимости. Признак абсолютной и равномерной сходимости. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.

36. ***Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.*** Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения. Решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Начальные условия. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные уравнения.

37. ***Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.*** Линейные дифференциальные уравнения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

38. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Линейное уравнение с частными производными второго порядка. Главная часть уравнения, ее преобразования при линейных и нелинейных заменах. Приведение линейного уравнения к каноническому виду в точке. Классификация линейных уравнений второго порядка.

39. ***Метод Фурье для решения задач математической физики.*** Ограниченная струна. Метод Фурье. Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний закрепленной струны. Физическая и геометрическая интерпретации полученных решений. Решение задачи о свободных колебаниях прямоугольной мембраны и круглой мембраны.

40. Элементарные функции и задаваемые ими конформные отображения. Линейные и дробно-линейные функции. Степенные функции и радикал. Понятие римановой поверхности. Показательная и логарифмическая функции. Степень с произвольным показателем. Функция Жуковского. Круговые и обратные круговые функции.

41. Теория вычетов. Вычет аналитической функции. Вычисление вычетов. Теорема о вычетах. Применение теории вычетов к вычислению интегралов.

42. Мера Лебега. Множества, измеримые по Лебегу. Теоремы об измеримых множествах. Функции, измеримые по Лебегу, их свойства. Последовательности, измеримых функций. Теорема Егорова. Теорема Лузина.

43. Основные определения и теоремы теории вероятностей. Пространство элементарных исходов. Случайные события, классификация событий, действия над событиями. σ- алгебра событий, алгебра событий. Аксиоматическое определение вероятности, свойства вероятностей. Вероятностное пространство: дискретное вероятностное пространство (примеры), непрерывное вероятностное пространство (примеры). Условные вероятности, теоремы умножения вероятностей, независимость событий, взаимная независимость событий. Полная группа событий, формула полной вероятности, формулы Байеса. Повторные независимые испытания: схема Бернулли, формула Бернулли, формула Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.

44. Основные понятия математической статистики. Предварительная обработка выборочных данных. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность, случайная (априорная) выборка и её реализация (апостериорная выборка). Выборочное пространство. Закон распределения априорной выборки, априорный вариационный ряд, порядковые статистики, закон распределения некоторых порядковых статистик. Апостериорный вариационный ряд, статистический ряд (дискретный вариационный ряд), интервальный статистический ряд (интервальный вариационный ряд). Эмпирическая функция распределения, эмпирическая плотность распределения и их графическое представление (кумулятивная кривая, гистограмма, полигон).

Перечень вопросов экзамена указан курсивом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа / А. Ф. Бермант. – СПб. : Лань, 2010. – 736 с.

2. Жафяров А.Ж. Геометрия: учеб. пособие. Ч.1. – Сиб. университетское изд-во, 2002. – 270 с.

3. Жафяров А.Ж. Геометрия : учеб. пособие. Ч.2. – Сиб. университетское изд-во, 2003. – 266 с.

4. Копылов, В. И. Курс лекций по алгебре : учеб. пособие [для физ.-мат. фак. пед. ун-тов] : в 3 ч. Ч. 1 / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2008. – 137 с.

5. Копылов, В. И. Курс лекций по алгебре : учеб. пособие в 3 ч. Ч. 2 : Векторные пространства и линейные операторы ; Алгебраические системы ; Системы линейных неравенств / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2008. – 168 с.

6. Копылов, В. И. Курс лекций по алгебре : учеб. пособие в 3 ч. Ч. 3 : Группы. Кольца / В. И. Копылов. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2008. – 72 с.

7. Мищенко, А. С. Курс дифференциальной геометрии и топологии : учебник / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва : Лань, 2016. – 512 с.

8. Погорелов, А. В. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. В. Погорелов. – Москва ; Ижевск : РХД, 2013. – 208 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/

9. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов.– М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 336 с.

10. Фаддеев, Д. К. Лекции по алгебре : [учеб. пособие для вузов по направлениям подгот. и спец. в области естественнонауч., пед. и техн. наук] / Д. К. Фаддеев. – Изд. 5-е, стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 416 с. : ил.

11. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Т. I / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2008. – 440 с.

12. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Т. II / Г. М. Фихтенгольц. – СПб. : Лань, 2008. – 463 с.

13. Шилин, И. А. Введение в алгебру. Группы : учеб. пособие / И. А. Шилин. – Санкт-Петербург : Лань, 2012. – 198 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).

14. Эйдерман, В. Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления / В. Я. Эйдерман. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 256 с.